Всероссийская олимпиада школьников по математике. Школьный этап 2018-2019 учебный год. Ученика 10а Жаринова Ивана Федоровича

итог 34б

№1. а) $\begin{cases} 17x+13x+7y \le 495 \\ 2x+y=32 \end{cases}$, где x - кол-во синих карандашей, y - разница в кол-ве синих и красных. По условию $-5 \le y \le 5$ 6б

$y = 32 - 2x$.

$-5 \le 32-2x \le 5 \quad |-32$

$-37 \le -2x \le -27 \quad |:(-2)$

$18{,}5 \le x \le 18{,}5$.

При $y=0$, $x=16$, тогда $17 \cdot 16 + 13 \cdot 16 = 480$

$480 < 495 \Rightarrow$ Ответ. можно

б) Максимальное кол-во тетрадей можно купить, если купить как можно больше дешёвых, тогда

$17x+13x+65 \le 455$

$30x \le 430$. $x_{max} = 14$.

$\Rightarrow$ соотв. стороны пропорц. и углы равны $\Rightarrow \frac{A_1B}{AB} = \frac{CB}{CB}$.

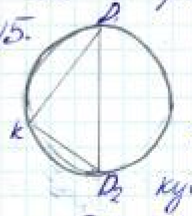
4) $\Delta A_1BC_1 \sim \Delta ABC$, т.к

а) $\angle A_1BC_1 = \angle ABC$, т.к они вертик.

б) $\frac{AB}{AB} = \frac{CB}{CB}$

Что и требовалось доказать.

№5.



Рассмотрим случай, когда меньший кусок равен нулю, тогда границей большего куска будет являться вписанный угол, и больший кусок больше половины.

Далее двигаем точку K пересечения разрезов K вправо. Доля Малыша будет увеличиваться до тех пор, пока K не достигнет диаметра. Когда $K \in D_1D_2$, доли Малыша и Карлсона будут равны, затем доля Малыша начнёт уменьшаться. Очевидно, что всегда доля Карлсона больше или равна половине.

Ответ: Карлсону.

7б

Тогда общее кол-во карандашей равно

$2 \cdot 14 + 5 = 33.$

<u>Ответ:</u> нельзя

№2. $\dfrac{x^3+5x^2-4x-20}{x^2+3x-10} = \dfrac{(x^2-4)(x+5)}{(x-2)(x+5)} = \dfrac{(x+2)(x-2)(x+5)}{(x-2)(x+5)} = x+2$

7б

$x^2+3x-10=0$. По т. Виета $x_1=2$; $x_2=-5$

<u>Ответ:</u> $x+2$.

№3. $\begin{cases}(x+y)(x+y+z)=72\\(y+z)(x+y+z)=120\\(x+z)(x+y+z)=96\end{cases}$

$\begin{cases}x+y+z=\dfrac{72}{x+y}\\x+y+z=\dfrac{120}{y+z}\\x+y+z=\dfrac{96}{x+z}\end{cases}$ Если правые части равны, равны и левые.

$\dfrac{72}{x+y}=\dfrac{120}{y+z}$; $\dfrac{120}{y+z}=\dfrac{96}{x+z}$

7б

$120x+120y=72y+72z \quad |+120z$

$120x+120z=96y+96z \quad |+120y$

$72y+192z=216y+96z$

$96z=144y$

$z=1,5y \quad . \; y=\dfrac{2z}{3}$

$120x+120y=72y+72 \cdot 1,5y$

$120x=60y$

$y=2x$

$x=\dfrac{z}{3}$

$\left(\dfrac{z}{3}+\dfrac{2z}{3}\right)\left(\dfrac{z}{3}+\dfrac{2z}{3}+z\right)=72$

$z \cdot 2z = 72.$

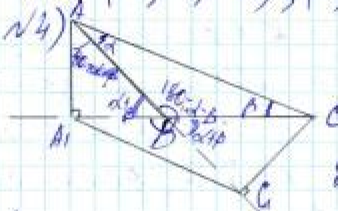
$z^2=36.$

$z=\pm 6$

$z_1=-6$; $x_1=-2$; $y_1=-4$; $z_2=6$, $x_2=2$, $y_2=4$

Ответ: $(-2;-4;-6)$; $(2;4;6)$

№4)



Доказать:

$A_1BC_1 \sim ABC$.

Док-во:

7б

1) Пусть $\angle BAC=\alpha$; $\angle BCA=\beta$, тогда $\angle ABC=180-\alpha-\beta$

2) Углы ABA_1 и CBC_1 равны $\alpha+\beta$, т.к они смеж. с $\angle ABC$.

3) $\triangle A_1AB \sim \triangle C_1CB$, т.к

а) $\angle A_1=\angle C_1=90°$

б) $\angle ABA_1=\angle CBC_1$ по п. 2.