

Всероссийская олимпиада школьников

по математике

школьный этап 2018-2019 уч. год

Кузнецовой Агнии Михайловны

Класс 10 А

ИТОГ
275

№10.1.

крас. = 17 руб.

кол-во кр. = x

син. = 13 руб.

кол-во син. = $x+5$

Всего денег = 495 руб.

Составим уравнение

$$17x + 13(x+5) = 495$$

$$17x + 13x + 65 = 495$$

$$30x = 430$$

$$x = 430 : 30$$

$$x \approx 14,3$$

\Rightarrow 14 кр. каран. и $14+5=19$ син. каран.

Проверим

$$14 \cdot 17 = 238$$

$$14 + 19 = 33 \Rightarrow$$

$$19 \cdot 13 = 247$$

\Rightarrow можно купить 32 карандаша; нельзя купить 35 карандашей.

65

Ответ: а) 9а, б) нет.

№ 10.2

$$\frac{x^2 + 5x^2 - 4x - 20}{x^2 + 3x - 10} = \frac{x^2(x+5) - 4(x+5)}{(x-2)(x+5)} = \frac{(x^2-4)(x+5)}{(x-2)(x+5)} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+5)} = \frac{x+2}{x+5}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

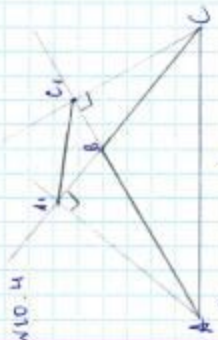
$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49, \sqrt{D} = 7$$

$$x_1 = \frac{3 + 7}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{3 - 7}{2} = -2$$

$$x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5) \text{ т.к. } a+b+c = 2(1-x)(1-x_0)$$

Ответ: 5 и -2.



Дано: $\triangle ABC$ - прямоугольный, AA_1 и CC_1 - высоты.
Доказать: $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$

Доказательство:

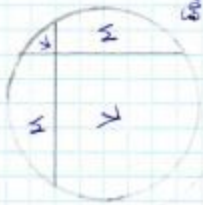
1) Рассмотрим $\triangle AA_1B$ и $\triangle B_1C_1C$

2) $\triangle AA_1B \sim \triangle B_1C_1C$ по двум углам: $\angle A_1AB = \angle B_1C_1C = 90^\circ$ т.к. $AA_1 \perp AB$ и $CC_1 \perp BC$.
Т.к. $\angle A_1BA = \angle C_1CB$ (вертикальные), $\angle B_1C_1C = 90^\circ$ т.к. $CC_1 \perp BC$.
по условию.

3) $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ по двум углам: $\angle A_1AB = \angle B_1C_1C = 90^\circ$ т.к. $AA_1 \perp AB$ и $CC_1 \perp BC$.
Т.к. $\angle A_1BA = \angle C_1CB$ (вертикальные), $\angle B_1C_1C = 90^\circ$ т.к. $CC_1 \perp BC$.
по условию.

Ответ: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

№ 5.



При любом положении перпендикуляра к хорде, проведенной из центра, хорда будет равна.

Кроме случая когда хорда будет равна нулю, но это противоречит условию.