Всероссийская олимпиада школьников
по математике
школьный этап 2018-2019 г.г.
Ерёмушкина Дарья Максимовна
класс: 10 В

итог 30б

№1

а) Да, можно. В этом случае нужно приобрести 13 синих карандашей и 14 красных.

б) Нет, нельзя. В таком случае общая стоимость карандашей будет превышать имеющуюся сумму.

7б − 1б = 6б.

№2

$$\frac{x^3+5x^2-4x-20}{x^2+3x-10} = \frac{(x^3+5x^2)-(4x+20)}{x^2+3x-10} = \frac{x^2(x+5)-4(x+5)}{x^2+3x-10}$$

$$= \frac{(x^2-4)(x+5)}{x^2+3x-10} = \frac{(x-2)(x+2)(x+5)}{x^2+3x+2{,}25-2{,}25-10} = \frac{(x-2)(x+2)(x+5)}{(x+1{,}5)^2-12{,}25} =$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)(x+5)}{(x+1{,}5-3{,}5)(x+1{,}5+3{,}5)} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)\cancel{(x+5)}}{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+5)}} = x+2$$

7

№3

$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z)=72 \\ (y+z)(x+y+z)=120 \\ (x+z)(x+y+z)=96 \end{cases}$$

№5

Карлсон, ~~Малыш~~ получил ~~не~~ половину, так как при перемещении точки пересечения наибольшая часть увеличивается на столько, насколько наименьшая уменьшается, в то время как обе части Малыша центросимметричны.

3

$$\frac{72}{x+y} = \frac{120}{y+z} = \frac{96}{x+z}$$

$$(x+y)(x+y+z) + (y+z)(x+y+z) + (x+z)(x+y+z) = 72+120+96$$

$$(x+y+z)(x+y+y+z+x+z) = 288$$

$$2(x+y+z)(x+y+z) = 288$$

$$(x+y+z)^2 = 144$$

$$x+y+z = \pm 12$$

$$\begin{cases} 12(x+y) = 72 \\ 12(y+z) = 120 \\ 12(x+z) = 96 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} -12(x+y) = 72 \\ -12(y+z) = 120 \\ -12(x+z) = 96 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = 6 \\ y+z = 10 \\ x+z = 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y = -6 \\ y+z = -10 \\ x+z = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 8-x \\ z = 10-y \end{cases} \qquad \begin{cases} z = -8-x \\ z = -10-y \end{cases}$$

$$8-x = 10-y \qquad -8-x = -10-y$$

$$\begin{cases} y-x = 2 \\ x+y = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} y-x = -2 \\ x+y = -6 \end{cases}$$

$$x = 2 \qquad x = -2$$

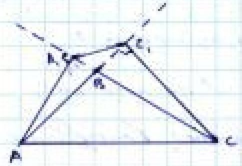
$$y = 4 \qquad y = -4$$

$$z = 6 \qquad z = -6$$

7

Ответ: $(2; 4; 6); (-2; -4; -6)$.

№4



Дано: ABC - треуг.
AA_1 и CC_1 - высоты

Доказать: $\triangle A_1BC_1 \sim \triangle ABC$

Доказ-во:

1) Рассмотрим $\triangle AA_1B$ и $\triangle CC_1B$:

- $\angle CC_1B = \angle AA_1B = 90°$ т.к. AA_1 и CC_1 - высоты
- $\angle ABA_1 = \angle CBC_1$ как вертикальные

$\Rightarrow \triangle AA_1B \sim \triangle CC_1B$ по 2-м углам

2) Из подобия $\Rightarrow \frac{A_1B}{C_1B} = \frac{AB}{CB} \Rightarrow \frac{A_1B}{AB} = \frac{BC_1}{BC}$

7

3) Рассмотрим $\triangle A_1BC_1$ и $\triangle ABC$:

- $\angle A_1BC_1 = \angle ABC$ как верт.
- $\frac{A_1B}{AB} = \frac{BC_1}{BC}$ - из п.2

$\Rightarrow \triangle A_1BC_1 \sim \triangle ABC$ по углу и двум проп. сторонам

№5

Не меньше половины торта досталось либо ему одному (в случае разделения торта на 4 равные части), или Карлсону